

CD-2650

**B. A./B. Sc./B. Sc. B. Ed. (Part I)
EXAMINATION, 2020**

(Old Course)

MATHEMATICS

Paper Third

(Vector Analysis and Geometry)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any *two* parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) सिद्ध कीजिए कि :

$$(\vec{a} \times \vec{b}) + (\vec{b} \times \vec{c}) + (\vec{c} \times \vec{a}) = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]}$$

(A-58) P. T. O.

[2]

CD-2650

Prove that :

$$(\vec{a} \times \vec{b}) + (\vec{b} \times \vec{c}) + (\vec{c} \times \vec{a}) = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]}$$

- (ब) यदि \hat{r} सदिश \vec{r} की दिशा में इकाई सदिश हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\hat{r} \times d\hat{r} = \frac{\vec{r} \times d\vec{r}}{r^2}$$

If \hat{r} is unit vector in the direction of \vec{r} , then prove that :

$$\hat{r} \times d\hat{r} = \frac{\vec{r} \times d\vec{r}}{r^2}$$

- (स) आघूर्णी सदिश की परिभाषा दीजिए। अक्षरों a, b, c का मान ज्ञात कीजिए, यदि :

$$\vec{F} = (x + 2y + az)\hat{i} + (bx - 3y - z)\hat{j} + (4x + cy + 2z)\hat{k}$$

आघूर्णी है।

Define irrotational vector. Find the value of the constants a, b, c , if :

$$\vec{F} = (x + 2y + az)\hat{i} + (bx - 3y - z)\hat{j} + (4x + cy + 2z)\hat{k}$$

is irrotational.

(A-58)

[3]

CD-2650

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध किसी सदिश \vec{r} की दिशा अचर है, यह है कि :

$$\vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{0}$$

The necessary and sufficient condition is that the direction of vector \vec{r} is constant :

$$\vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{0}$$

- (ब) सिद्ध कीजिए कि :

$$\iint_S (ax\hat{i} + by\hat{j} + cz\hat{k}) \cdot \hat{n} dS = \frac{4}{3}\pi(a + b + c)$$

जहाँ S गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का पृष्ठ है।

Prove that :

$$\iint_S (ax\hat{i} + by\hat{j} + cz\hat{k}) \cdot \hat{n} dS = \frac{4}{3}\pi(a + b + c)$$

where S is surface of sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

- (स) $\int_C (xy + y^2) dx + x^2 dy$ के लिए समतल में ग्रीन प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जहाँ C, $y = x$ और $y = x^2$ द्वारा परिभाषित क्षेत्र की परिसीमा है।

(A-58) P. T. O.

Verify Green's theorem for :

$$\int_C (xy + y^2) dx + x^2 dy$$

in the plane, where C is boundary of the area described by $y = x$ and $y = x^2$.

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) सिद्ध कीजिए कि वृत्त :

$$x^2 + y^2 + 2ax + c = 0$$

तथा $x^2 + y^2 + 2by + c = 0$

एक-दूसरे को स्पर्श करेंगे यदि :

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{c}$$

Prove that the circles :

$$x^2 + y^2 + 2ax + c = 0$$

and $x^2 + y^2 + 2by + c = 0$

will touch to each other if :

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{c}$$

(ब) यदि दो संयुग्मी अतिपरवलय की उत्केन्द्रताएँ e_1 तथा e_2 हैं, तब दर्शाइए कि :

$$\frac{1}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2} = 1.$$

If e_1 and e_2 are eccentricities of two conjugate hyperbolas, then show that :

$$\frac{1}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2} = 1.$$

(स) शांकव :

$$14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0.$$

का अनुरेखण कीजिए।

Trace the conic :

$$14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$$

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) बिन्दु $(-1, 3, 2)$ से होकर जाने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो समतल $x + 2y + 2z = 5$ तथा $3x + 3y + 2z = 8$ के लम्बवत् हो।

Find the equation of that plane which passes to the point $(-1, 3, 2)$ and perpendicular to the plane $x + 2y + 2z = 5$ and $3x + 3y + 2z = 8$.

(ब) सिद्ध कीजिए कि समतल :

$$2x - 2y + z + 12 = 0$$

गोले :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$$

को स्पर्श करता है। स्पर्श बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Prove that the plane :

$$2x - 2y + z + 12 = 0$$

touches the sphere :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0.$$

Find the contact point.

- (स) उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष (α, β, γ) है और आधार वक्र $z^2 = 4ax, y = 0$ है।

Find the equation of that cone whose vertex is (α, β, γ) and base curve is $z^2 = 4ax, y = 0$.

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) परवलयज :

$$\frac{x^2}{2} - \frac{y^3}{3} = z$$

के बिन्दु $(4, 3, 5)$ पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of normal of the paraboloid :

$$\frac{x^2}{2} - \frac{y^3}{3} = z$$

at the point $(4, 3, 5)$.

- (ब) दीर्घवृत्त :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

का समतल $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

द्वारा प्रतिच्छेद का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of ellipsoid :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

which is intersected by the plane :

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

- (स) अतिपरवलय :

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$$

के बिन्दु $(2, 3, -4)$ से जाने वाले जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of generators of hyperbola :

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$$

at the point $(2, 3, -4)$.